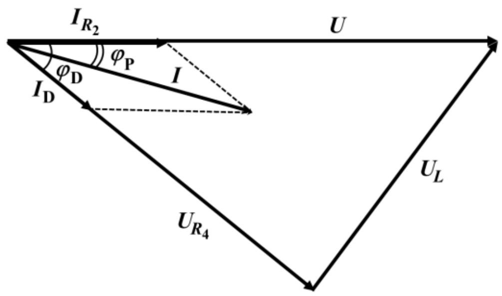
Subiect 1. ***Circuite de curent alternativ ...***	**Parțial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
a. Pentru: $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$	0,75	**2**
Pentru: $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$	0,75	
Pentru: $R_1 = R_3$	0,50	
b. Diagrama fazorilă pentru circuitul paralel este prezentată în ***Figura 1.R.*** Avem relațiile: $I_{R_2} = \dfrac{U}{R_2}$ $I_D = \dfrac{U}{\sqrt{R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}}$ $\cos\varphi_D = \dfrac{R_4}{\sqrt{R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}}$ $I^2 = I_{R_2}^2 + I_D^2 + 2I_{R_2} \cdot I_D \cdot \cos\varphi_D$ $I_D^2 = I_{R_2}^2 + I^2 - 2I_{R_2} \cdot I \cdot \cos\varphi_P$  **Figura 1.R**	1,00	**4**
În urma efectuării calculelor obținem factorul de putere în cazul circuitului paralel: $\cos\varphi_P = \dfrac{R_2R_4 + R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}{\sqrt{R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\omega^2 \cdot L^2 + (R_2 + R_4)^2}} = \dfrac{2R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}{\sqrt{R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{4R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}}$	1,00	
Factorul de putere în cazul circuitului serie este: $\cos\varphi_S = \dfrac{R_2 + R_4}{\sqrt{(R_2 + R_4)^2 + \omega^2 \cdot L^2}} = \dfrac{2R_4}{\sqrt{4R_4^2 + \omega^2 \cdot L^2}}$	1,00	
Înlocuind: $\omega^2 \cdot L^2 = 4R_4^2 \cdot \left(\dfrac{1}{\cos^2\varphi_S} - 1\right)$	0,50	
Obținem: $\cos\varphi_P = \dfrac{2 - \cos^2\varphi_S}{\sqrt{4 - 3\cos^2\varphi_S}}$	0,25	
Rezultă: $\cos\varphi_P = \dfrac{7\sqrt{13}}{26} = 0{,}97$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

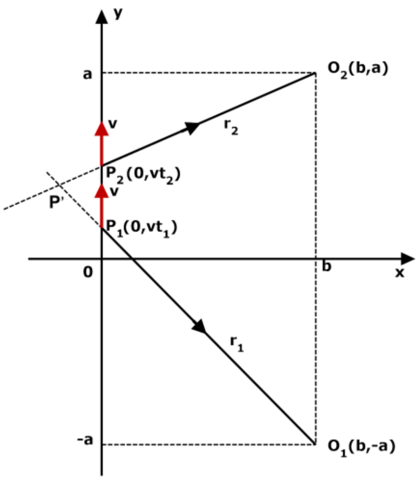
c.	Puterea instantanee transferată circuitului este: $p(t)=u(t)\cdot i(t)$, unde: $u(t)=\sqrt{2}U\sin\omega\cdot t$ și $i(t)=\sqrt{2}I\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi)$	0,50	3
	Deci: $p(t)=U\cdot I\cdot\cos\varphi-U\cdot I\cdot\cos(2\omega\cdot t+\varphi)$	0,25	
	Așadar: • pentru $\cos(2\omega\cdot t+\varphi)=-1$ avem $P_{max}=U\cdot I\cdot(\cos\varphi+1)$ • pentru $\cos(2\omega\cdot t+\varphi)=+1$ avem $P_{min}=U\cdot I\cdot(\cos\varphi-1)$	0,50	
	Rezultă: $\cos\varphi=\dfrac{P_{max}+P_{min}}{P_{max}-P_{min}}$	0,25	
	Pentru $\varphi=0$: $P_{max}=2U\cdot I$ și $P_{min}=0$ deci circuitul este pur rezistiv. Cutiile **A**, **B**, **C**, **D** și **E**, cu precizarea că pentru circuitele în care intră cutiile **D** și **E** trebuie să avem o rezonanță a tensiunilor.	0,50	
	Pentru $\varphi=\pi/2$ rad: $P_{max}=-P_{min}$, deci circuitul este pur capacitiv. La bornele sursei este conectată doar cutia **E**.	0,50	
	Pentru $\varphi=-\pi/2$ rad: $P_{max}=-P_{min}$, deci circuitul este pur inductiv. Nici o cutie deoarece în cutia **D** avem bobină reală.	0,50	
Oficiu			**1**

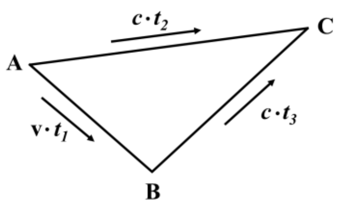
Subiect 2. ***Rezonatorul Helmhmoltz***	**Parţial**	**Punctaj**
2. Barem subiect 2		**10**
a. La apariția undelor staționare, în cazul modului fundamental lungimea totală a sticlei reprezintă: $L = \ell + L_0 = \frac{\lambda}{4}$ unde: $L_0 = \frac{V}{S}$ este lungimea rezonatorului.	0,50	**1**
Rezultă: $\nu_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4L} = \frac{c}{4\left(\ell + \frac{V}{S}\right)} = \frac{c \cdot S}{4(S \cdot \ell + V)}$	0,50	
b. Aerul din gâtul sticlei are masa: $M = \rho \cdot s \cdot l$ unde: ρ este densitatea aerului.	0,25	**3**
Mișcarea acestui „piston” pe o distanță mică x spre cavitate, de exemplu, duce la comprimarea adiabatică a aerului de acolo: $p \cdot V^{\gamma} = (p + \Delta p) \cdot (V - s \cdot x)^{\gamma}$	0,50	
Obținem: $\Delta p = p \cdot \left[\frac{V^{\gamma}}{(V - s \cdot x)^{\gamma}} - 1\right] = p \cdot \left[\left(1 - \frac{s \cdot x}{V}\right)^{-\gamma} - 1\right] \cong \frac{\gamma \cdot p \cdot s}{V} \cdot x$	0,50	
Forța netă care acționează asupra pistonului este o forță de tip elastic: $F = p \cdot s - (p + \Delta p) \cdot s = -s \cdot \Delta p = -\frac{\gamma \cdot p \cdot s^2}{V} \cdot x = -k \cdot x$. unde $k = \frac{\gamma \cdot p \cdot s^2}{V}$ este constanta elastică echivalentă.	0,75	
Sub acțiunea acestei forțe „pistonul” efectuează oscilații armonice cu frecvența: $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{s}{V}\sqrt{\frac{\gamma \cdot p \cdot V}{\rho \cdot s \cdot l}}$	0,50	
Rezultă: $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\frac{c \cdot s}{V}\sqrt{\frac{V}{s \cdot \ell}}$ unde $c = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}}$ este viteza undelor sonore în aer.	0,50	
c. Raportul celor două frecvențe este: $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{\frac{\ell}{\ell_{ef}}}$,	0,50	**1**
Deci: $\nu_2 = \nu_1\sqrt{\frac{\ell}{\ell_{ef}}} = \nu_1\sqrt{\frac{\ell}{\ell + 1{,}5r}}$	0,25	
Rezultă: $\nu_2 = 304 \cdot 0{,}776 = 236\,(\text{Hz})$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

d. Pentru deducerea expresiei masei efective a oscilatorului se poate pleca de la observația conform căreia deplasarea spirelor resortului crește liniar de la 0 la valoarea x a deplasării pistonului. Dacă N este numărul total de spire, atunci deplasarea spirei s, $s=\overline{1,N}$, este: $x_s = s\dfrac{x}{N}$ iar viteza sa $\mathrm{v}_s = s\dfrac{\mathrm{v}}{N}$.	0,50	
Energia întregului resort este: $E_{c,r} = \sum\limits_{s=1}^{N} E_{c,s} = \dfrac{m\cdot \mathrm{v}^2}{2N^3}\sum\limits_{s=1}^{N} s^2 = \dfrac{m\cdot \mathrm{v}^2}{2N^3}\cdot\dfrac{N\cdot(N+1)\cdot(2N+1)}{6}$ unde: $E_{c,s} = \dfrac{m_1 \mathrm{v}_s^2}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{m}{N}\cdot\dfrac{\mathrm{v}^2}{N^2}s^2$ este energia cinetică a spirei s $m_1 = \dfrac{m}{N}$ este masa unei spire.	0,50	
Admițând că numărul spirelor este foarte mare, obținem: $E_{c,r} = \dfrac{1}{3}\dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$	0,50	
Energia cinetică totală a sistemului este: $E_c = \dfrac{M\cdot \mathrm{v}^2}{2} + \dfrac{1}{3}\dfrac{m\cdot \mathrm{v}^2}{2} = \dfrac{1}{2}\left(M + \dfrac{m}{3}\right)\mathrm{v}^2$	0,50	**4**
Masa echivalentă a sistemului oscilant este: $\mu = M + \dfrac{m}{3}$	0,50	
Frecvența oscilațiilor sistemului oscilant este: $\nu_3 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{\mu}} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{M+\dfrac{m}{3}}}$ unde: $m = \rho\cdot 3s\cdot l$ este masa coloanei de aer din cavitatea rezonantă egală cu masa resortului echivalent $k = \dfrac{\gamma\cdot p\cdot s^2}{V}$ este constanta elastică echivalentă.	0,50	
Obținem: $\nu_3 = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{c\cdot s}{V}\sqrt{\dfrac{V}{2s\cdot l}}$	0,50	
Rezultă: $\nu_3 = \dfrac{\nu_1}{\sqrt{2}} = 215\,\mathrm{Hz}$.	0,50	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3	Parțial	**Punctaj**
3. Barem subiect 3		**10**
A. ***Simultaneitate*** **a.** Considerăm că la $t=0$ sursa trece prin origine, în sensul pozitiv al axei *Oy*. Observatorul **O₁** recepționează lumina pe care sursa a emis-o când a trecut prin **P₁**, la momentul t_1, iar observatorul **O₂** recepționează lumina pe care sursa a emis-o când a trecut prin **P₂**, la momentul t_2 (vezi ***Figura 2.R***).  **Figura 2.R** Momentul recepției luminii de către **O₁** va fi: $t_1'=t_1+\frac{P_1O_1}{c}=t_1+\frac{\sqrt{b^2+(a+\mathrm{v}\cdot t_1)^2}}{c}$ Lumina este recepționată de **O₂** la momentul: $t_2'=t_2+\frac{P_2O_2}{c}=t_2+\frac{\sqrt{b^2+(a-\mathrm{v}\cdot t_2)^2}}{c}$	0,50 0,50	5
Recepțiile sunt simultane dacă $t_1'=t_2'$, rezultă: $t_1+\frac{\sqrt{b^2+(a+\mathrm{v}\cdot t_1)^2}}{c}=t_2+\frac{\sqrt{b^2+(a-\mathrm{v}\cdot t_2)^2}}{c}$	0,50	
b. **P'** se află la intersecția celor două raze de lumină r_1 și r_2. Ecuațiile celor două raze sunt: $\frac{x}{b}=\frac{y-\mathrm{v}\cdot t_1}{-a-\mathrm{v}\cdot t_1}$ (pentru raza r_1) $\frac{x}{b}=\frac{y-\mathrm{v}\cdot t_2}{a-\mathrm{v}\cdot t_2}$ (pentru raza r_2)	0,25 0,25	
Coordonatele lui **P'** sunt: $x=b\cdot\frac{\mathrm{v}\cdot(t_1-t_2)}{2a-\mathrm{v}\cdot(t_2-t_1)}$ $y=a\cdot\frac{\mathrm{v}\cdot(t_1+t_2)}{2a-\mathrm{v}\cdot(t_2-t_1)}$	0,25 0,25	
c. Condițiile geometrice (cinematice) de recepționare a semnalelor de către **P** sunt: $(c\cdot\tau_1)^2=b^2+(a+\mathrm{v}\cdot\tau_1)^2$ $(c\cdot\tau_2)^2=b^2+(a-\mathrm{v}\cdot\tau_2)^2$	0,25 0,25	
Obținem: $\tau_1=\frac{1}{c^2-\mathrm{v}^2}\left[\sqrt{a^2\cdot\mathrm{v}^2+(c^2-\mathrm{v}^2)\cdot(a^2+b^2)}+a\cdot\mathrm{v}\right]$ $\tau_2=\frac{1}{c^2-\mathrm{v}^2}\left[\sqrt{a^2\cdot\mathrm{v}^2+(c^2-\mathrm{v}^2)\cdot(a^2+b^2)}-a\cdot\mathrm{v}\right]$	0,25 0,25	
În cazul nerelativist ($\mathrm{v}<<c$) $\tau_1\cong\tau_2=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$	0,50	

În cazul ultrarelativist ($\mathrm{v} \cong c$) $\tau_1 = \lim\limits_{\mathrm{v}\to c} \frac{1}{c^2-\mathrm{v}^2}\left[\sqrt{a^2\cdot\mathrm{v}^2+\left(c^2-\mathrm{v}^2\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)}+a\cdot\mathrm{v}\right] = \lim\limits_{\mathrm{v}\to c}\frac{2a\cdot\mathrm{v}}{\left(c^2-\mathrm{v}^2\right)} \to \infty$ $\tau_2 = \lim\limits_{\mathrm{v}\to c} \frac{1}{c^2-\mathrm{v}^2}\left[\sqrt{a^2\cdot\mathrm{v}^2+\left(c^2-\mathrm{v}^2\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)}-a\mathrm{v}\right] = \frac{\left(a^2+b^2\right)}{2ac}$	0,25 0,25	
Două evenimente simultane care se produc în locuri diferite sunt percepute de un observator mobil ca fiind nesimultane. Deci, dacă observatorul se mișcă de-a lungul axei *Oy*, el va percepe într-un loc primul eveniment, iar al doilea, mai târziu, când se va afla în alt loc pe axa *Oy*. Dacă s-ar mișca identic cu sursa aparentă, atunci le-ar percepe ca fiind simultane. În acest caz nu se încalcă concluziile TRR referitoare la simultaneitate, deoarece observatorul nu mai este inerțial (mișcarea lui nu mai este rectilinie și uniformă), iar TRR se aplică doar pentru sisteme de referință inerțiale.	0,50	
B. ***Cauzalitate*** Din ***Figura 3.R*** se vede că: $\mathrm{AC} < \mathrm{AB} + \mathrm{BC}$, sau $\mathrm{AB} > \mathrm{AC} - \mathrm{BC}$  **Figura 3.R**	0,25	1
Deci: $\mathrm{v}\cdot t_1 > c\cdot t_2 - c\cdot t_3 = c\cdot\left(t_2 - t_3\right)$.	0,25	
Presupunem, prin reducere la absurd, că semnalul-cauză ajunge în **C** după semnalul-efect $t_2 > t_1 + t_3$, rezultă: $t_1 < t_2 - t_3$, sau $ct_1 < c\left(t_2 - t_3\right)$.	0,25	
Prin urmare, comparând cele două relații de ordine de mai sus, se obține $c < v$, ceea ce este absurd. Prin urmare, inclusiv în TRR principiul cauzalității este valabil.	0,25	
C. ***Mesaj surpriză*** Și în rachetă trebuie să treacă 72 de ore ca să vină ziua de naștere a lui Dorel. Deci acesta este timpul propriu $\tau_0 = 72\,\mathrm{h}$. Acestui timp îi corespunde pe Pământ, intervalul de timp: $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$	0,50	3
În acest timp τ racheta va ajunge față de Pământ la distanța: $d = \mathrm{v}\cdot\tau = \mathrm{v}\cdot\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$	0,50	
Dacă notăm cu Δt intervalul de timp de la plecare, după care trebuie transmis radiomesajul, atunci pentru ca el să ajungă la rachetă atunci când Dorel începe să-și sărbătorească ziua de naștere, trebuie să aibă loc relația: $\Delta t + \frac{d}{c} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

În final se obține: $$\Delta t = \tau_0\sqrt{\frac{c-\text{v}}{c+\text{v}}}$$	0,50	
Rezultă: $$\Delta t = 18\sqrt{2}\ \text{h}$$ Mesajul radio trebuie să plece când ceasul stației cosmice indică faptul că au trecut 25 h 27 min 21 s de la plecarea rachetei.	0,50	
Oficiu		**1**

Barem propus de:
Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I” Craiova
Conf. Univ. Dr. Sebastian POPESCU, Facultatea de Fizică din Iași
Prof. Liviu ARICI, Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” Brăila